Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans con impuestos sobre la renta del trabajo, renta del capital y sobre el consumo que financian una secuencia de gasto público tal que en el Estado Estacionario supone un porcentaje constante del output de la economía.

(a) **Hogares:**

$$Max_{\{c_t, a_t\}} \quad \int_0^\infty e^{-\theta t} \; \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt$$

sujeto a:

$$(1+\tau^c)c_t + \dot{a}_t = (1-\tau_\omega)\omega_t + (1-\tau^r)r_t a_t \tag{1}$$

$$a_0 \quad \text{dado}$$

$$H(c_t, a_t, \lambda_t) = e^{-\theta t} \frac{c_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda_t \left[(1-\tau_\omega)\omega_t + (1-\tau^r)r_t a_t - (1+\tau^c)c_t\right]$$

Condiciones de primer orden:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma}\left[(1-\tau^r)r_t - \theta\right] \tag{2}$$

$$\lim_{t\to\infty} \lambda_t a_t = 0$$

(b) **Empresas:**

$$Max_{\{N_t,K_t\}} \;\; K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} - \omega_t N_t - (r_t+\delta)K_t$$

<u>Condiciones de primer orden:</u>

$$\omega_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) = (1-\alpha)Ak_t^{\alpha} \tag{3}$$

$$r_t + \delta = f'(k_t) = \alpha A k_t^{\alpha-1} \tag{4}$$

donde $F(K_t, N_t) = AK_t^{\alpha}N_t^{1-\alpha}$; $\quad f(k_t) = Ak_t^{\alpha}$, y $k_t = \frac{K_t}{N_t}$

(c) **Gobierno:**

$$g_t = \tau^{\omega}\omega_t + \tau^{r} r_t a_t + \tau^{c} c_t$$
$$g_t = \mu f(k_t)$$

donde μ es el % del output dedicado a gasto público.

(d) **Ecuaciones que conforman el equilibrio competitivo:**

$$c_t + \dot{k}_t + \delta k_t + g_t = Ak_t^{\alpha} \tag{5}$$
$$(1+\tau^{c})c_t + \dot{k}_t + \delta(1-\tau^{r})k_t = \left[(1-\tau^{\omega})(1-\alpha) + (1-\tau^{r})\alpha\right] Ak_t^{\alpha} \tag{5'}$$
$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma}\left[(1-\tau^{r})\alpha Ak_t^{\alpha-1} - \delta(1-\tau^{r}) - \theta\right] \tag{6}$$
$$\mu Ak_t^{\alpha} = \left[\tau^{\omega}(1-\alpha) + \alpha\tau^{r}\right] Ak_t^{\alpha} - \delta\tau^{r} k_t + \tau^{c} c_t$$
$$\mu = \left[\tau^{\omega}(1-\alpha) + \alpha\tau^{r}\right] - \frac{\delta\tau^{r} k_t^{1-\alpha}}{A} + \tau^{c}\frac{c_t}{Ak_t^{\alpha}} \tag{7}$$

La ecuación (7) se utiliza residualmente para calcular μ

(e) **Estado Estacionario:**

$$k_{ss} = \left[\frac{\alpha A(1-\tau^r)}{\tilde{\delta}+\theta}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$c_{ss} = \frac{1}{1+\tau^c}\left[(1-\tilde{\tau})Ak_{ss}^{\alpha} - \tilde{\delta}k_{ss}\right]$$

donde $\tilde{\tau} = \tau^{\omega}(1-\alpha) + \tau^r\alpha; \quad \tilde{\delta} = \delta(1-\tau^r).$

- Además se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{k_{ss}}{y_{ss}} = \left[\frac{(1-\tau^r)\alpha}{\tilde{\delta}+\theta}\right]$$

$$\frac{c_{ss}}{y_{ss}} = \frac{1}{1+\tau^c}\left[(1-\tilde{\tau}) - \frac{\tilde{\delta}\alpha(1-\tau^r)}{\tilde{\delta}+\theta}\right]$$

$$\mu = \tilde{\tau} - \frac{\tilde{\delta}\tau^r\alpha}{\tilde{\delta}+\theta} + \frac{\tau^c}{1+\tau^c}\left[(1-\tilde{\tau}) - \frac{\tilde{\delta}\alpha(1-\tau^r)}{\tilde{\delta}+\theta}\right] \tag{8}$$

- Dados los impuestos sobre la renta del trabajo, sobre la renta del capital y el % del output dedicado a gasto público, el impuesto sobre el consumo que satisface la restricción presupuestaria del gobierno es (usando (8)):

$$\tilde{\tau}^c = \frac{\mu - \tilde{\tau} + \frac{\tilde{\delta}\alpha\tau^r}{\tilde{\delta}+\theta}}{(1-\tilde{\tau}) - \frac{\tilde{\delta}\alpha(1-\tau^r)}{\tilde{\delta}+\theta}} = \frac{(\tilde{\delta}+\theta)(\mu-\tilde{\tau}) + \tilde{\delta}\alpha\tau^r}{(\tilde{\delta}+\theta)(1-\tilde{\tau}) - \tilde{\delta}\alpha(1-\tau^r)} \tag{9}$$

donde $\tilde{\tau}^c = \frac{\tau^c}{1+\tau^c} \longrightarrow \tau^c = \frac{\tilde{\tau}^c}{1-\tilde{\tau}^c}$

- Dados los impuestos sobre el consumo, sobre la renta del capital y el % del output dedicado a gasto público, el impuesto sobre las rentas del trabajo que satisface la restricción presupuestaria del gobierno es (usando (8)):

$$\tau^{\omega} = \frac{1+\tau^{c}}{1-\alpha}\left[\mu - (1-\tau^{r}\alpha)\frac{\tau^{c}}{1+\tau^{c}} - \tau^{r}\alpha + \frac{\tilde{\delta}\alpha}{\tilde{\delta}+\theta}\left(\frac{\tau^{r}+\tau^{c}}{1+\tau^{c}}\right)\right] \qquad (10)$$

- **Dados los impuestos sobre la renta del trabajo, sobre el consumo y el % del output dedicado a gasto público, el impuesto sobre las rentas del capital que satisface la restricción presupuestaria del gobierno es (usando (8)):**

Sea:

$$F(\tau^r) = \tau^\omega(1-\alpha)+\tau^r\alpha-\frac{\tilde{\delta}\tau^r\alpha}{\tilde{\delta}+\theta}+\tilde{\tau}^c\left[1-\tau^\omega(1-\alpha)-\tau^r\alpha-\frac{\tilde{\delta}\alpha(1-\tau^r)}{\tilde{\delta}+\theta}\right]-\mu=0 \quad (11)$$

Encontrar el tipo impositivo sobre la renta de capital que satisface la ecuación anterior puede hacerse iterativamente a partir del algoritmo de Newton:

$$\tau^r_{n+1} = \tau^r_n - \frac{F(\tau^r_n)}{F'(\tau^r_n)}$$

EJEMPLO:

Dados los siguientes valores de los parámetros:

α	σ	θ	δ	A	τ^c	τ^ω	τ^r
0.35	1.5	0.1	0.05	1	0.06	0.15	0.2

En el Estado Estacionario las variables toman los valores:

k_{ss}	y_{ss}	c_{ss}	g_{ss}	$c_{ss} + g_{ss}$	$\frac{g_{ss}}{y_{ss}}$
2.904	1.452	1.031	0.276	1.307	0.19

En el Estado Estacionario la proporción de gasto público sobre el output es $\mu = 19\%$

Suponga que el gobierno quiere aumentar la proporción de gasto público sobre el output y que en el Estado Estacionario pase a ser $\mu' = 25\%$,

- ¿Con que impuesto es mejor financiar este aumento del porcentaje de gasto público sobre el output?
- ¿Importa el tipo de impuesto con el que se recauda?
  - Solo nos fijamos en el efecto sobre el consumo de largo plazo

- Si lo financia con un aumento del impuesto sobre el consumo $\rightarrow$ dados $\tau^r = 0.2$, $\tau^\omega = 0.15$ y $\mu = 0.25$, utilizando la ecuación (9) obtenemos: $\tau^c = 0.1577$, y

k_{ss}	y_{ss}	c_{ss}	g_{ss}	$c_{ss} + g_{ss}$
2.904	1.452	0.944	0.363	1.307

- Si lo financia con un aumento del impuesto sobre la renta del trabajo $\rightarrow$ dados $\tau^r = 0.2$,$\tau^c = 0.06$ y $\mu = 0.25$, utilizando la ecuación (10) obtenemos: $\tau^\omega = 0.247$, y

k_{ss}	y_{ss}	c_{ss}	g_{ss}	$c_{ss} + g_{ss}$
2.904	1.452	0.944	0.363	1.307

- Si lo financia con un aumento del impuesto sobre la renta del capital $\rightarrow$ dados $\tau^\omega = 0.15$, $\tau^c = 0.06$ y $\mu = 0.25$, utilizando la ecuación (11) obtenemos: $\tau^r = 0.414$, y

k_{ss}	y_{ss}	c_{ss}	g_{ss}	$c_{ss} + g_{ss}$
2.031	1.281	0.859	0.32	1.179